

Game of life - spelet som berör fundamentala livsfrågor

Game of life är ett självspelande spel med ytterst enkla regler och ytterst långtgående konsekvenser. Det uppfanns av den amerikanske matematikern John Conway på MIT i slutet på 60-talet och gjorde snart flera av hans kollegor, liksom senare Scientific Americans läsekrets, till fanatiska upptäckare av nya game-of-life-konstellationer.

Konsekvenserna från game of life illustrerar fundamentala nutidsfrågor om biologi och informationssystem, deterministiskt kaos (ett exempel på detta är fraktaler) och matematisk obevisbarhet. Frågor som blir alltmer aktuella ju mer datortekniken blir en del av vår tillvaro. Game of life kan betraktas som ett tidigt exempel på en virtuell verklighet, dock inte modellerad efter den verklighet vi känner.

Spelet bekräftar regeln som säger att ju mer lekfull och onyttig en verksamhet förefaller, desto djupsinnigare är dess konsekvenser.

Game of life utspelas på ett oändligt stort plant rutnät, i varje fall så stort så man aldrig stöter på kanten. Varje ruta betraktas som en cell, vilken kan vara antingen levande eller död. "Spelaren" anger en startsituation: talar om vilka celler som i begynnelsen är levande och vilka som är döda. Därefter avgörs liv och död för varje följande generation av hur många levande grannar en cell har. Som grannar till en cell räknas de åtta omgivande rutorna, alltså även diagonalt.

1. Villkoren för liv och död

Liv och död bestäms av endast två regler:

1. En död cell blir levande om den har precis tre levande grannar, annars förblir den död.

2. En levande cell förblir levande om den har två eller tre levande grannar, annars dör den.

En levande cell dör alltså av isolering om den har ingen eller bara en granne, och den dör av överbefolkning om den har fyra grannar eller mer. Reglerna är så enkla

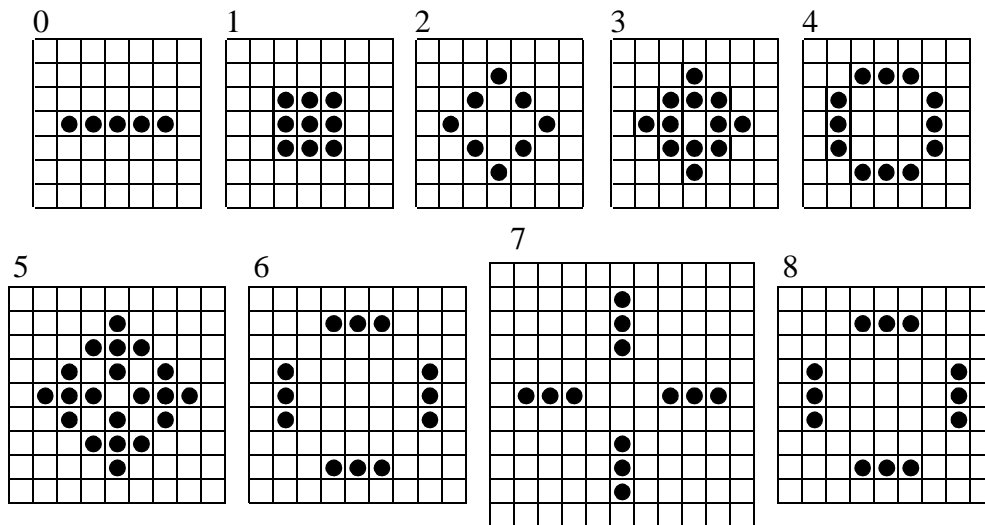


att de är idealiska att programmera på en dator.

Reglerna tillämpas samtidigt över hela brädet. Om vi kallar startkonfigurationen för generation 0, så ger reglerna en ny konfiguration som vi kallar generation 1. Därefter applicerar vi reglerna samtidigt överallt på generation 1, som ger generation 2. Och så vidare.

2. Ett exempel

Nu har vi klarat av alla regler. Det som återstår är att komma underfund med reglernas följder. Låt oss titta på en mycket enkel startkonfiguration, en rak linje med fem levande celler. Följande inträffar:.



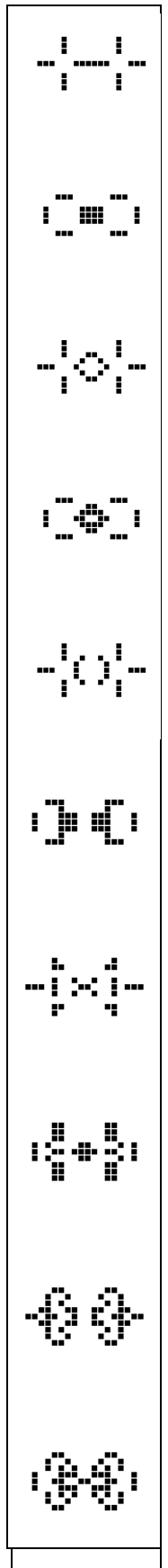
Generation 1: Radens ändceller i generation 0 dör av isolering, de har bara en levande granncell. Övriga har två levande grannceller, de överlever. Samtidigt föds sex celler intill de tre mittersta cellerna, de har alla tre levande grannar. Ändcellerna medverkar alltså till två födelser var, samtidigt som de själva dör. En fylld kvadrat uppstår, det är generation 1.

Generation 2: Fem celler i generation 1 dör av överbefolkning, endast hörnen överlever den täta formen. En cell föds på varje sida.

Generation 3: Nu har varje cell två grannar, så ingen dör. Fyra döda celler har tre grannar, dessa vaknar till liv.

Och så vidare. Snart når vi

Generation 6, 8, 10, 12, ...: ändcellerna dör, mittcellen överlever. Nya celler föds som blir nya ändceller. Resultatet är att raden på tre vänder sig vinkelrätt. Nästa omgång vänder den sig tillbaka. Dessa s. k. blinkare fortsätter att pendla på detta sätt. Slutresultatet, med fyra blinkare i detta mönster, kallas trafikljus. Blinkarna och trafikljuset har uppenbarligen period två: efter två generationer återkommer precis

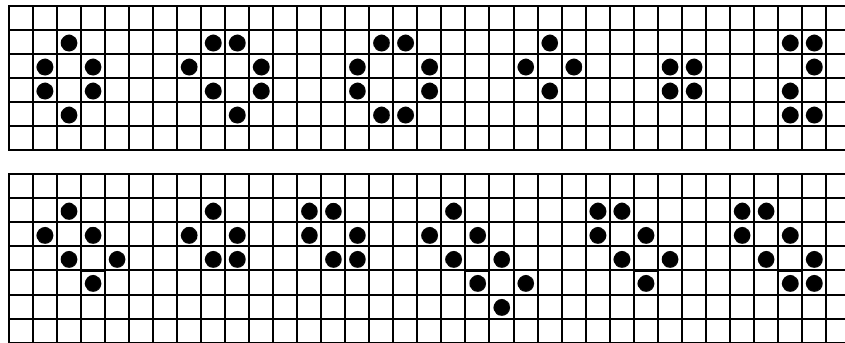


samma konfiguration.

Generation 7,9,11,...: Ringen har brustit i fyra så kallade blinkare som är och förblir isolerade från varandra.

3. Stilla liv

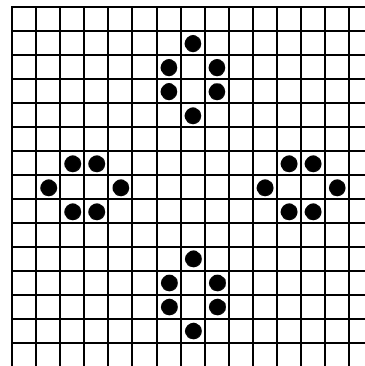
Det finns många stabila mönster, där inget alls förändras från generation till generation. I ett sådant har alltså alla levande celler två eller tre grannar, och ingen död cell har tre grannar. Några exempel:



Överst från vänster: Bikupa, limpa, damm, kar, block, orm.

Nederst från vänster: Pråm, båt, skepp, lång pråm, lång båt, långt skepp. Båtar och skepp kan göras ur långa som helst.

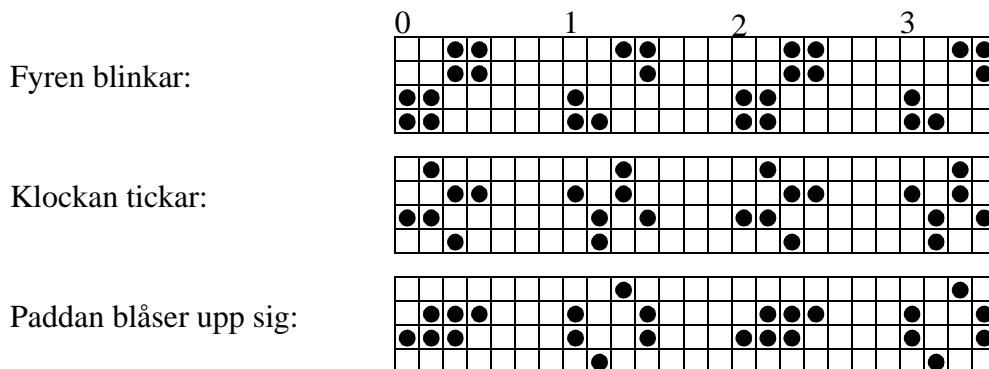
Sidan: Bifarmen, som inte sällan uppstår spontant.



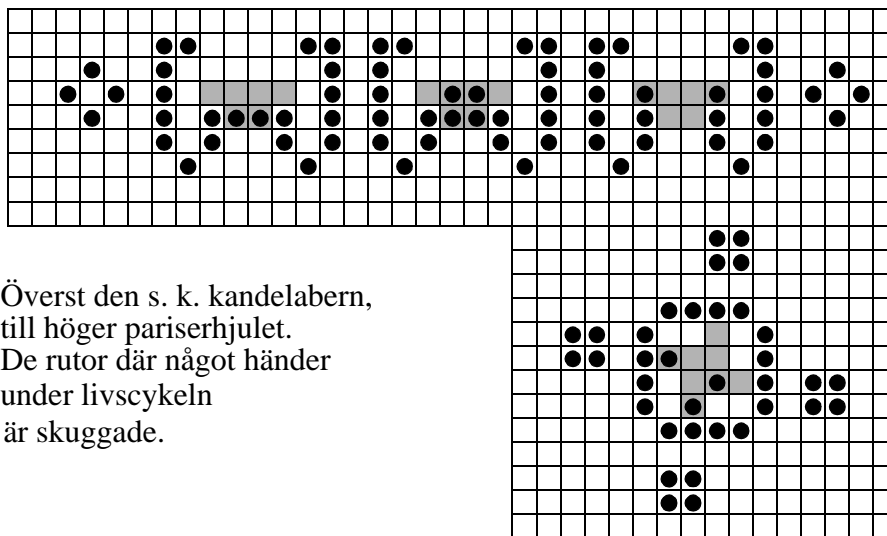
4. Pulserande liv

Här är några andra former med period två. Blinkaren i det inledande exemplet

är också av denna typ:



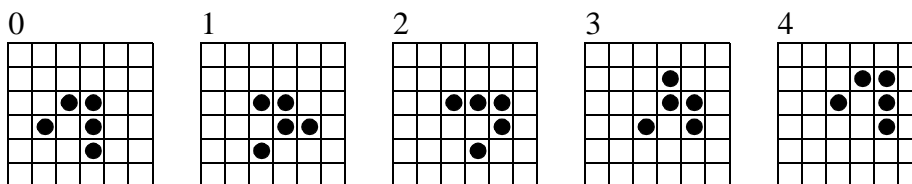
Här är två större, dekorativa former. Den första med period tre, den andra med period fyra:



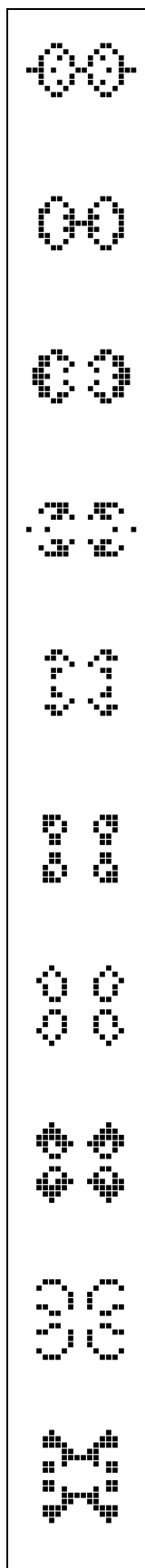
Överst den s. k. kandelabern,
till höger pariserhjulet.
De rutor där något händer
under livscykeln
är skuggade.

5. Rörligt liv

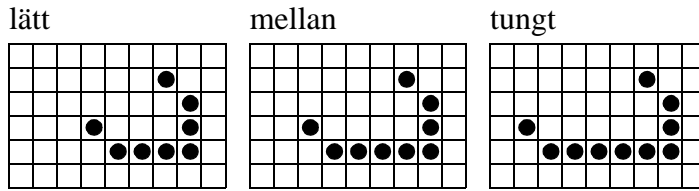
Vissa former rör sig! Den enklaste (upptäckta) är glidaren. Efter fyra omgångar har den återuppstått, förskjuten ett steg diagonalt:



På en dataskärm i lagom hastighet rör sig glidaren mycket elegant, sakta svängande svansen från sida till sida. På ett stelare sätt rör sig de s. k. rymdskeppen, varav det finns tre storlekar som fungerar. De rör sig rakt, två steg på fyra



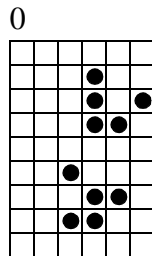
generationer:



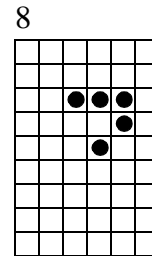
Det visar sig att även större rymdskepp kan fungera, om de eskorteras av mindre rymdskepp på lämpligt avstånd.

6. Kollisioner

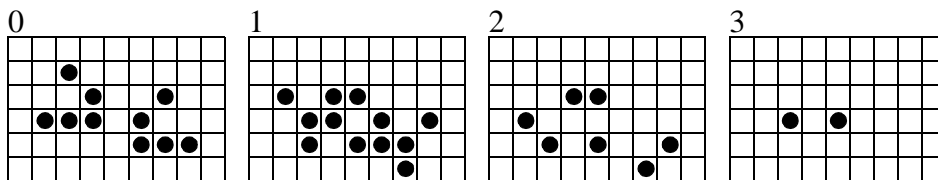
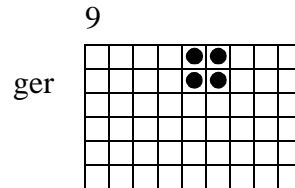
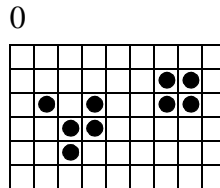
Finns det rörliga former så finns det kollisioner. Dessa ger högst olika resultat, beroende på infallsvinklar och färförskjutning. De kollisioner som är viktigast för oss i fortsättningen är de följande:



Studskollisionen:
Denna kollision mellan två glidare ger i åttonde generationen en ensam glidare, som rör sig i motsatt riktning mot en av de ursprungliga, i en något förskjuten bana.

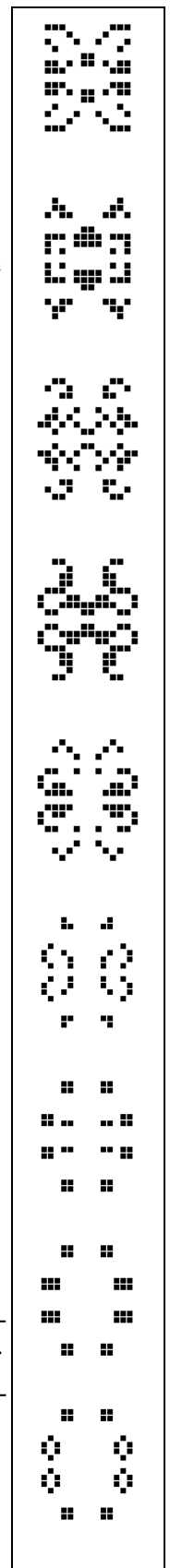


Glidare som flyttar ett block och förintas:



Två glidare som förintar varandra.

Nu har vi nämnt allt som behövs för att kunna beskriva ett slutstadium. Man kan säga att en konfiguration har nått detta när den består av enbart stabila och periodiska former som inte kan beröra varandra, samt eventuellt av rörliga former vilka rör sig så att inga kollisioner kan inträffa i framtiden. Att slutstadiet är nått betyder ingenting annat än att framtiden är lätt att förutsäga.



7. Livet är oförutsägbart

Finns det någon sätt att ta reda på hur en konfiguration kommer att sluta, och i vilken tid, annat än att "spela" igenom hela "livet"? Finns det någon generell "genväg" för att ta reda på slutet? Ett sätt som man kan tillämpa på varje konfiguration?

Svaret är nej. Vi kommer att bevisa detta. Med hjälp av konstruktionen av en dator, som vi strax kommer till, kan frågan överföras till frågan om alla matematiska satser som är sanna kan bevisas. Gödels berömda resultat svarar nej på den frågan.

Dock kan man finna delresultat, liksom förstås mycket i matematiken kan bevisas. Det mycket svaga och grova påståendet "ju fler celler i starten, ju längre tid till stabilitet" innehåller väl någon sorts statistisk sanning, även om det är lätt att formulera motexempel. Ett sant delresultat är att det enda som händer en lång rät diagonal linje av n celler är att den tappar ändpunkterna varje generation, vilket betyder att den är försvunnen efter precis $n/2$ omgångar ($(n-1)/2$ om n är udda). I specialfall kan vi alltså ge uttömmande svar. Om man provar med en rät linje som ej är diagonal, fås resultatet i rutan härintill.

Här är det som synes inte lätt att se något mönster. Möjliga kan listans oregelbundna karaktär föra tanken till en lista av primtal.

Man kan också prova exempelvis alla startkonfigurationer av 5 angränsande celler. Det finns tolv olika sådana där cellerna ligger sida mot sida.

Av dessa når elva sitt sluttillstånd efter högst 10 omgångar. För den tolfte tar det 1103 omgångar! Då har den blivit fyra blinkare, ett skepp, en båt, en limpa, fyra bikupor, åtta block och åtta glidare.

Det hela har en inbyggd instabilitet: om vi flyttar en enda cell kommer formens historia ofta att bli helt annorlunda. Spelet är besläktat med fraktaler: iteration (upprepade tillämpningar) av enkla regler vilka visar sig ge upphov till mycket komplexa strukturer. Dessa är svåra att analysera matematiskt; dock finns vissa resultat. Om den tid vi lever i är diskret, är för övrigt en iterationsmodell för tillvaron högst naturlig.

Räta linjesträckors öden

längd	slutform	tid
1	-	1
2	-	1
3	blinkare	0
4	bikupa	2
5	trafikljus	6
6	-	12
7	bifarm	14
8	4 block, 4 bikupor	48
9	2 trafikljus	20
10	namnlös, (period 15)	2
11	2 blinkare	15
12	2 bikupor	15
13	2 blinkare	24
14	-	28
15	-	40
16	stort trafikljus	32
17	4 block	24
18	-	20
19	-	20
20	2 block	20
21	2 blinkare	19

8. Livet är konstnärligt

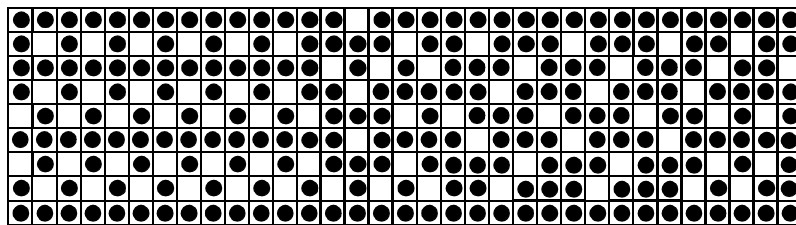
Raden av fem celler som vi studerade i exemplet har en rotations-symmetri: formen är oförändrad om den roteras 180 grader runt mittcellen. Men redan i andra generationen, kvadraten, uppstår nya symmetrier: denna kan roteras inte bara 180 grader utan även 90 grader utan att förändras. Nya symmetrier har uppstått. I game of life förstörs aldrig en symmetri, men nya kan uppstå, vilka därefter således heller aldrig försvinner. Detta gäller också speglings-symmetrier.

Särskilt om man startar med speglingssymmetriska former uppstår ofta rent dekorativa bilder. "Pärlbroderiet" i kanten av texten är livshistorien för en rad med åtta celler. De första 25 är ganska enkla. Sedan följer ca 15 stycken ovanliga former, med en viss elegans och lätthet, följt av några större, barockartade, innan slutstadiet, 4 block och 4 bikupor, nås i generation 48. Kanske är game of life ett sätt för företag att skaffa idéer till en enkel men originell logotyp.

Man kan finna ansikten, fjärilar, gestalter, symmetriska trädgårdar, tapetmedaljonger, osv. Figurerna har inte sällan en förvånande artistisk friskhet. Kanske av det skälet att de inte är ritade av människohand, de bygger inte alls på de bilder och former ett människoöga är van vid, och som mer eller mindre återskapas av konstnären. Ett annat skäl till konstnärliga kvalitéer är att de levande cellerna på grund av livsvillkoren ligger i grupper och stråk på ett ibland figurbildande sätt: de är inte godtyckligt utströdda. Dessa två fenomen, som även många andra datoralgoritmer uppvisar, är skäl för att datorer kan bli mycket intressanta för konstnärliga tillämpningar.

9. Livets uppkomst

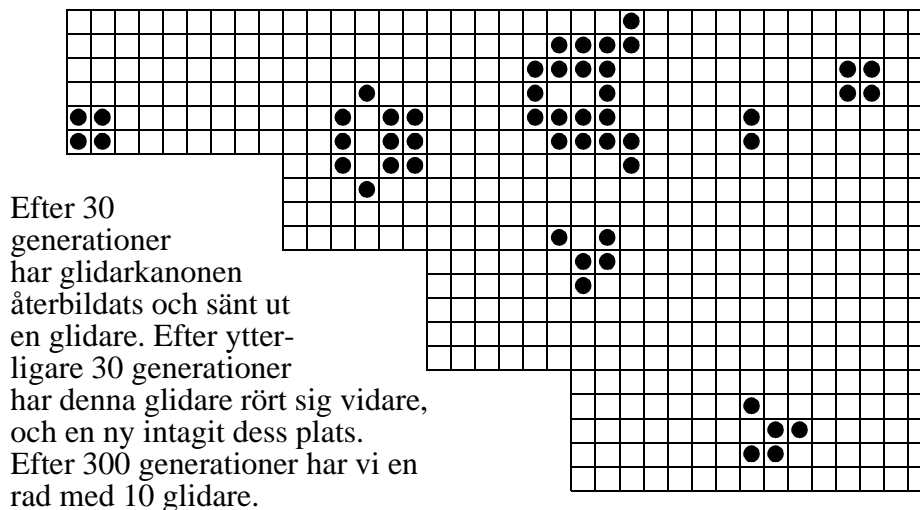
Låt oss försöka gå bakåt i tiden en stund. Man kan fråga sig var en given konfiguration kommer ifrån. Hur många generationer av förfäder kan den ha? Ja, för det mesta kan släkten vara hur gammal som helst, och ofta finns det flera olika möjliga förhistorier. Men det finns också sådana som inte kan ha uppkommit ur någon tidigare konfiguration. Dessa är, i likhet med Adam och Eva, inte födda av någon annan av samma sort, dess tillkomst beror av en "högre" vilja. Man kan visa att den följande är en sådan.



10. Organiserat liv

Många datorer har programmerats för att göra game of life. Denna artighet kan i själva verket återgäldas: det går att bygga en dator av game of life. En sådan dator har dessutom vissa intressanta extra förmågor, som vanliga datorer av plast och metall inte har.

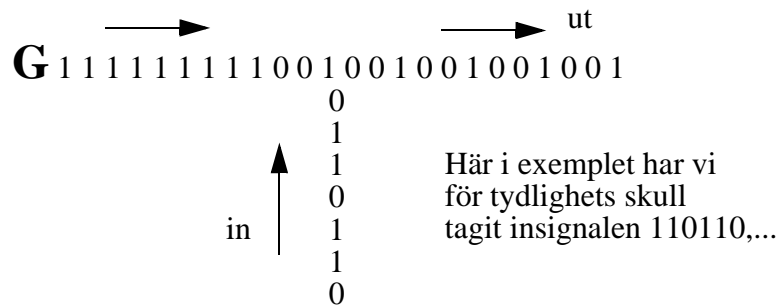
Första steget i denna konstruktion kommer från svaret på ett vad. Spelets uppfinnare utlovade \$50 till den som konstruerar en konfiguration som växer och blir hur stor som helst (avståndet mellan de två levande celler som är längst ifrån varandra passerar förr eller senare varje gräns man sätter upp). R. W. Gosper löste det med sin glidarkanon:



Denna rad av glidare som vandrar framåt kommer vi att uppfatta som en rad med ettor: om det "fattas" en glidare på en plats uppfattar vi det som en nolla. En glidare är alltså en etta, en lucka är en nolla. En rad med glidare och luckor är alltså vad som bär vår information. Om vi vill ha mycket information kan vi tänka oss att vi arbetar med ett mycket stort rutnät, exempelvis en miljard gånger en miljard rutor.

Vi har sett att om två glidare kolliderar i en viss vinkel så förintar de varandra. Detta gör det möjligt att invertera en signal, dvs att byta varje etta mot en nolla och tvärtom. Vi har då en NOT-grind, vilket är en av de fundamentala byggstenarna i en dator. Vi låter vår signal, vår följd med ettor (glidare) och nollor (luckor), kollidera på detta sätt med en glidarström från en glidarkanon, dvs en ström av ettor. Det som blir kvar av denna ström blir den inverterade signalen. Glidare förintar glidare, kvar blir en lucka. En lucka släpper fram en glidare, kvar blir en glidare.

Sant blir falskt och falskt blir sant.



Observera att bilden har vridits 45 grader, glidarna rör sig ju diagonalt.

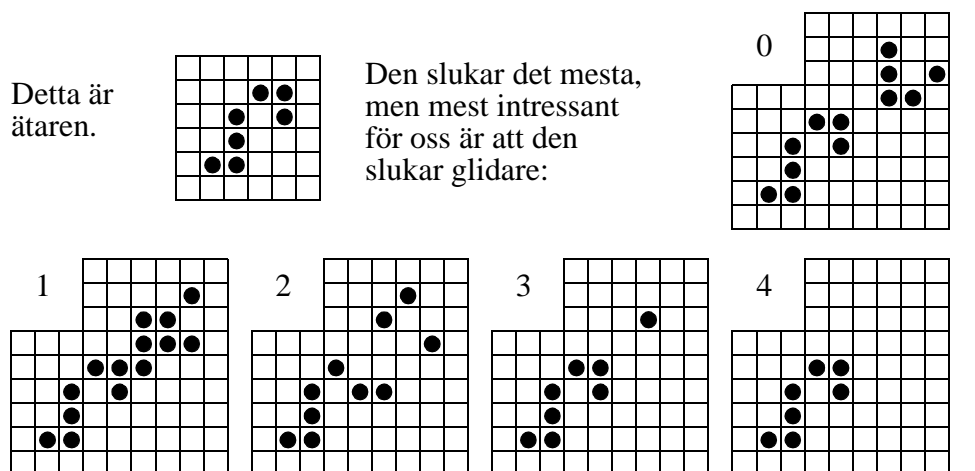
På liknande sätt är det möjligt att bygga AND och OR-grindar.

Att kopiera en informationsström visar sig vara ett svårare problem, som dock även det är lösbart. Första steget är här att tunna ut strömmarna. Uttunnade strömmar består av nästan enbart luckor, förslagsvis var 100:e glidare bär på information, 0 eller 1, de övriga är alltid 0. Detta gör det lättare att få strömmar att ostört passera varandra.

Varje dator behöver minneskapacitet. I game-of-life-datorn sparas ett heltal i minnet med hjälp av ett enda block. Talet representeras som avståndet till blocket. Det enda vi då behöver är att kunna flytta blocken. Detta kan åstadkommas: med två glidare kan blocket flyttas tre steg bortåt, hälften av denna operation har vi sett ovan. Med en speciell formation av 10 glidare kan man flytta blocket ett steg åt andra hållet. Vi låter då tre steg betyda en enhet: 2 glidare minskar minnet med ett, 30 stycken ökar det med ett.

Därmed har vi alla funktioner varmed en dator kan byggas. Det blir en ytterst långsam dator som kräver ett mycket stort rutnät. Men vi kan, i princip, använda den till allt vi är vana vid att använda datorer till. Hålla telefonlistor, göra beräkningar, eller spela game of life.

11. Livets undergång



Om vi har en oönskad ström av glidare så sätter vi en ätare i slutet. Ätaren äter upp hela strömmen av glidare, en i taget. Glidarkanonen skapar, ätaren förintar.

Game-of-life-datorn består av glidarströmmar, glidarkanoner och ätare. Det finns kollisioner mellan glidare som bygger upp både ätare och glidarkanoner. Dessutom kan glidare förinta såväl ätare och glidarkanoner, vid kollision i lämpliga vinklar. Därmed kan en dator utrustas med glidarkanoner på så sätt att, efter en viss tid, samtliga glidarkanoner, ätare och glidare förintas. En game-of-life-dator kan utrustas med en självförintelsemekanism, som fullständigt förintar game-of-life-datorn. Vanliga datorer kan knappast programmeras att spårlöst försvinna, en i vissa ögonblick önskvärd förmåga. Det är denna självförintelse som gör det möjligt för oss att bevisa att det inte finns något generellt sätt att avgöra en game of life konfigurations öde.

12. Matematisk obevisbarhet

Vilken game of life dator som helst kan utrustas med en dylik självförintelsemekanism. Denna kan utlösas av datorn. Vi kan då programmera datorn att lösa något känt olöst matematiskt problem, genom att prova sig fram. Låt oss ta Fermats stora sats (dock i september 1994 äntligen bevisad av Wiles och Taylor): Det finns inga positiva heltal a , b , c och n , $n \geq 3$, så att $a^n + b^n = c^n$. Vi kan programmera vår game of life-dator att prova större och större heltal a , b , c och n , och utlösa självförintelsemekanismen när den hittar en lösning. Om den aldrig hittar någon fortsätter den att räkna för alltid, den försvinner då aldrig.

Nu kan beviset genomföras. Om det finns något generellt sätt att avgöra en game of life konfigurations öde, så skulle vi alltså kunna avgöra om den försvinner helt. Till exempel kunde vi avgöra huruvida datorn som prövar Fermats sats utplånar sig

själv eller inte, vilket betyder att vi skulder ha ett bevis av Fermats sats! Vi skulle kunna bygga en dylik "testmaskin" för varje matematiskt påstående, och avgöra om detta är falskt eller sant. Vi skulle på ett generellt sätt kunna avgöra matematiska påståendens sanningshalt. Det är bevisat att detta är omöjligt, detta är en formulering av Gödels berömda resultat. Eftersom antagandet, att det finns ett generellt sätt att avgöra en game of life-konfigurations öde, leder till en orimlighet, så måste det vara falskt. Vi har genomfört ett motsägelseresonemang.

13. Livets fortplantning

En game-of-life-dator kan också programmeras att kopiera sig själv. Detta kan datorer tänkas kunna göra, i kombination med robotar. I och med detta har vi nått ett stadium där vi kan reproducera Darwins kända argument på ett långtgående sätt. Antag att vi startar med ett mycket stort rutnät, långt större än vad vi hittills har tänkt oss. Låt oss starta med en slumpmässig konfiguration, över hela brädet. Om rutnätet är stort nog kommer i så fall självreproducerande "datorer" att uppkomma på flera ställen. Vissa är mera motståndskraftiga vid kollisioner än andra, vissa reproducerar sig snabbare. Om det finns sådana som "samarbetar" i någon sorts symbios kommer de att finnas kvar, "överleva", i större utsträckning. Merparten av kollisionerna är kanske "skadliga", men vissa kan innebära "förbättringar", vi har en sorts mutationer. Vi kan förvänta oss att det hela leder till en evolution, att mer och mer organiserat liv uppträder. I konsekvensens namn är det då också möjligt att intelligent liv uppstår på vårt gigantiska rutnät, i sinom tid. Två regler, tillsammans med stor variation (stort bräde och slumpmässig startform) och öppen kommunikation skulle kunna ge upphov till intelligent liv.

14. Stort liv

Låt oss betrakta en konfigurations utveckling i större skala, ej på cellnivå. Antag att vi inte kan se enstaka celler. Antag att det behövs minst 20 celler inte för glest utspridda för att ge tillräcklig svärta för att vi ska se något överhuvudtaget.

I detta perspektiv ser det hela inte alls så dramatiskt ut. Nu kan en konfiguration beskrivas som något som utvecklas långsamt, nästan omärkligt. Ibland långsamt växande, ibland krympande, ibland delar den sig. Ökar vi tempot får vi både snabba och långsamma rörelser, dock nästan alltid kontinuerliga, jämna. Men ibland, vid ett fåtal mycket ovanliga tillfällen inträffar plötsliga händelser, som att svärtan momentant ökar, eller att en del med ens försvinner. Händelserna beror på den inre strukturen. En liten grupp som växer kanske är helt osynlig, för att vid en viss storlek mystiskt framträda ur ingenting. Detta leder tanken till kvantfenomen.

15. Liv på dataskärmen, och utanför

En jämförelse av game of life exempelvis med aminosyremolekyler självre-kombination i jordens urhav ligger nära till hands. Naturligtvis är reglerna som gällde i urhavet annorlunda på många sätt. Ändå är det inte otänkbart att en enkel modell av detta slag kan avspegla vissa aspekter.

Det är svårt att tänka sig att "liv" skulle uppstå på ett gigantiskt biljardbord med ett astronomiskt antal rullande biljardbollar. Ett krav på komplexitet, förmåga att bilda komplexa strukturer som på något sätt är sammanhängande, behövs för att avgränsa mot så-dana fall. Fyra kvalitéer framträder som villkor för att liv ska uppstå: mycket tid, mycket plats, tillräcklig komplexitet och tillräcklig kontinuitet. "Mycket plats" betyder mycket *sammanhängande* utrymme och innehåller därmed en kommunikationsaspekt: om området delas upp i flera små som inte hänger samman kan evolutionen inte nå lika långt, detta kan också betraktas som en minskning av kommunikationen i systemet. I urhavet var det kolatomens förmåga att bilda långa kedjor som stod för komplexiteten. Kontinuiteten är ganska självklar; man kan tänka sig många förändringar i miljön eller av naturlagarna som skulle förinta allt liv innan livet eventuellt hann anpassa sig. Alla dessa fyra kvalitéer förelåg uppenbarligen i urhavet.

16. Intelligent liv

Hur skulle det vara om vi hade tillgång till gigantiska supersnabba datorer, som klarade denna game of life evolution på rimlig tid? Om intelligenta "varelser" uppstod?

Skulle vi kunna förstå Dem, förstå hur De fungerar, vad De "vill"? Svårligen. Vi skulle ha skapat förutsättningarna för Dem, vi kan dra ur kontakten, men man kan knappast säga att vi har skapat Dem. I varje fall inte enligt någon plan, med någon speciell avsikt. De har utvecklats oberoende av oss, vi har inte programmerat Dem, som en schackdator är programmerad av en programmerare, och därmed åtminstone delvis "förstådd" och förutsägbar av denne. Vi kan naturligtvis påverka Dem, övernaturligt, genom att egenmäktigt tända och släcka celler, därmed brytande naturlagarna: liv-och dödvillkoren. Vi skulle kunna köra datorn snabbt fram till intelligent liv uppstår, sedan kör vi långsammare, för att lättare studera beteendet. Men här dyker en annan ännu mera fundamental fråga upp som inte tycks ha något enkelt svar: hur kan vi avgöra att intelligent liv har uppstått?

Skulle "de" kunna bli medvetna om oss? Detta förefaller ännu svårare. De har ju inga sinnen som hämtar intryck från vår värld. De skulle kanske kunna föreställa sig en tredimensionell värld, liksom människor kan föreställa sig en fyrdimensionell. Men att den existerar utanför Deras egen skulle säkerligen för Dem vara en teori lika god som någon annan. Vi skulle kunna projicera in en TV-kanal på en plats på rutnätet, oavbrutet, här skulle De kanske kunna upptäcka vår tredimen-

sionella värld: att de tvådimensionella figurernas förändringar enklast beskrivs som projektion av tredimensionella figurer. Kanske kunde De lära sig att använda våra symboler för att meddela sig med oss. Eftersom liv- och dödvillkoren inte gäller på den plats där vi sänder TV-kanalen skulle detta för Dem bli en plats för underverk. Något som De kan upptäcka om De känner den minsta strukturen i sin värld.

17. Liv under andra naturlagar

Liv- och dödvillkoren kan i detta perspektiv liknas vid naturlagar, de är de villkor under vilka livet existerar. Man kan lätt prova med andra naturlagar. En mycket enkel ändring är att låta födelserna inträffa om två föräldraceller är närvarande, i stället för tre. Helt andra former blir stabila, och kanske rörliga former och former med "nya" egenskaper. De flesta uppsättningar av regler gör att alla former antingen breder ut sig obegränsat åt alla håll, eller allt dör fullständigt ganska snart. I denna bemärkelse är de här presenterade livsvillkoren balanserade.

Man kan också tillåta flera tillstånd än liv och död; cellerna kan vara friska och sjuka i olika grader. Man kan ta med avståndsverkan, eller helt enkelt räkna diagonal närhet svagare än närhet sida mot sida. Mycket intressant är att använda sig av olika typer av celler, blå och röda, säg, vilka förutsätter varandra och förgiftar varandra enligt vissa villkor. Och vad skulle det innebära om någon typ av cell är beroende av en topologisk egenskap, som att det måste finnas en väg ut "i fria luften", den tål inte att bli instängd? Kanske en annan cell överlever endast om den är "instängd". Man undviker randvillkor helt om man sammanfogar över- med underkant, och höger med vänster kant. Då vandrar glidarna på ytan av en torus: en uppblåst badrings form.

Game of life kan också köras i en dimension, på en rät linje. Förmodligen måste då flera än de närmaste grannarna, två till antalet, påverka liv och död för att få intressanta förlopp. Kanske är spelet i en dimension jämförbart med logik: kanske man här kan avgöra varje startkonfigurations slutliga öde utan att spela igenom dess historia.

Game of life-datorn, liksom varje annan dator, är en så kallad universalmaskin. Så kallas en maskin som kan programmeras att utföra vilken beräkningsbar beräkning som helst. Game of life är ett exempel på en "automaton" och hör hemma i teorin för automata. Detta är en gren av diskret matematik med många tillämpningar bland annat inom datavetenskap.

Håkan Lennerstad,
högskolelektor i matematik
vid Högskolan i Karlskrona/Ronneby

adress:

Högskolan i Karlskrona/Ronneby

Box 321,
371 79 Karlskrona, tel: 0455-78052
fax: 0455-78057
email: hakan@itm.hk-r.se

hemadress: Björstorp
373 02 Ramdala
tel. 0455-41514

Artikeln bygger vidare på artikeln "What is life?" i boken Winning Ways, del II, av E. Berlekamp, J. Conway och R. Guy.